El nacimiento de los números y el cero
Del ábaco decimal a la computadora digital binaria

"Sin la Matemática no nos sería posible comprender muchos pasajes de las Sagradas Escrituras".

San Agustín

LA ESCRITURA DE LOS NÚMEROS

¿Cuándo y dónde los hombres empezaron a contar?

Por supuesto, no conocemos los detalles, pero la historia de los "números" como la de la "escritura" está subordinada a la necesidad práctica de dejar "registrado", por un tiempo al menos, lo que los hombres hablan y lo que contabilizan.

Como en el nacimiento de la escritura, que fue precedida por la comunicación gestual y oral, antes del surgimiento del cálculo numérico existió la necesidad de "enumerar" y "contabilizar".

Las primitivas maneras de contar fueron "gestuales" y no habladas; por lo tanto, pueden comprenderlas tanto un chino como un argentino. Mostrar dos dedos para pedir dos cafés, es tan comprensible expresado por un argentino a un mozo chino de Hong Kong como por un cliente chino a un argentino en un bar de Buenos Aires. Podemos conocer cuántas personas ha asesinado un pistolero arquetipo del lejano Oeste, contando las muescas por cada enemigo muerto en las cachas de su revólver *"Colt"*. Pero el pastor que realizaba muescas en su bastón de madera o juntaba piedras en un recipiente de barro por cada oveja que poseía, para así poder "contabilizar" su ganado, no podía saber si poseía diez o veinte animales; sólo sabía que tenía tantos como incisiones había hecho en su vara o como piedras había apartado en la vasija, pues él no estaba nombrando el número de sus piezas de ganado.

Si el contar fue gestual al comienzo, todo lleva a pensar que los hombres contaron primero sirviéndose de los dedos (de una mano, de las dos manos, o incluso de las manos y de los pies); algunos han denominado a esto "inventario por medio del esqueleto".

Es por ello que aún actualmente los papúas de Nueva Guinea cuentan del "1" (con el meñique derecho) al "22" (el meñique izquierdo), pasando por las articulaciones de la muñeca, el codo, el hombro, las orejas, los ojos, la nariz, la boca, etc. De esta manera, el "nombre" de cada número estaba asociado con el nombre de cada dedo y de la mano. En el Amazonas ecuatorial, por ejemplo, los jíbaros denominan *jimiar* ("par de dedos") al número dos, *uwej* ("mano") al cinco, *nawe* ("pie") al diez, etc. Es una verdadera práctica mnemotécnica en la que se combina una serie de "gestos" (mostrar uno, dos o tres dedos) con una serie fonética (el nombre de los dedos).

Miremos comparativamente las tres primeras cifras en español y en algunas otras lenguas indoeuropeas.

español	francés	italiano	inglés	holandés	ruso	latín
uno	un	uno	one	een	adín	unus
dos	deux	due	two	twee	dva	duo
tres	trois	tre	three	drie	tri	tres

Todas estas expresiones se asemejan porque vienen de ciertas raíces del tronco indoeuropeo: *oin* (expresa la idea de único), *dwi*, *tre*; aunque no nos es conocido el origen del sentido de estas palabras antes de que comenzaran a designar estos números, tal vez se hayan empleado para referirse a ciertas partes del cuerpo.

Deberíamos recordar que todavía utilizamos, desde hace 5.000 años, el sistema de cálculo más antiguo que se conoce, el sistema *"sexagesimal"*. Lo seguimos aplicando cuando medimos el tiempo en 60 segundos, 60 minutos, 12 horas y los ángulos o el círculo en 360 grados, por ejemplo. Su origen se encuentra en la forma que tenían los antiguos habitantes de la Mesopotamia (los sumerios) –y que aún se emplea en muchos países del Oriente próximo– de contar con los dedos: se extiende la palma de la mano derecha y se cuentan con el dedo pulgar las tres falanges de los cuatro dedos restantes, comenzando por el meñique. La cantidad máxima de unidades que se puede contar con este sistema es 12, pero si por cada grupo de 12 se levanta un dedo de la mano izquierda, el método permite contar hasta 60, que es la base del sistema *"sexagesimal"*.

Ahora bien, si sólo dispusiéramos de las diferentes partes del cuerpo para poder contar, rápidamente entraríamos en dificultades para nombrar cantidades importantes. El próximo paso fue pensar en alguna estructura que tuviera una "base cíclica", es decir que se pudiera volver sobre sí misma muchas veces para simplificar los inventarios. El esqueleto permitía ese juego al contabilizar como una unidad los cinco dedos de una mano, los diez dedos de ambas manos, o aun los veinte dedos de las manos y los pies. Reconocido esto, desde ese momento ya se podía contar multiplicando por la base, por ejemplo en un sistema de base cinco (tomando como unidad los cinco dedos de una mano), dos manos tienen el valor de diez y cuatro manos el valor de veinte (cinco multiplicado por cuatro).

Los griegos utilizaban estas nociones para contar, utilizando un contador o ábaco con el mismo principio que aún se utiliza en el jardín de infantes. Tenían una especie de caja dividida en columnas, donde ponían piedritas (se llamaban "cálculos", en latín "calculus"), cada diez piedras había que pasar a la columna siguiente; así, si llenábamos dos veces la primera columna, ésta se encontraba vacía, pero la columna siguiente tenía dos piedritas y esto indicaba el número veinte utilizando un contador de base diez (como es nuestro actual sistema numérico decimal). Digresión al margen, ahora podemos comprender por qué la palabra "cálculo" significa un procedimiento aritmético como también la presencia de una "concreción" (litiasis o piedra) en el sistema ureteral (cálculo renal), en la vesícula (cálculo biliar) o en la vejiga (cálculo vesical).

Sin embargo, para la escritura de los números, los griegos no utilizaron estas nociones, porque desde los tiempos homéricos los griegos escribían decenas y centenas con las iniciales de su nombre o concediendo a las letras del alfabeto valores numéricos. Del 1 al 4 hacían la anotación ayudándose con barras verticales, para continuar con 5, 10, 100 etc., sirviéndose de siglas: P (pi) para penta (*pende*, "cinco"), D (delta) para deca (*deka*, "diez"), H (eta) para hecatón (*hekaton*, "cien").

Paralelamente a este sistema cometieron un error fatal al llegar al siglo de Pericles, porque comenzaron a utilizar las 24 letras del alfabeto griego en su orden habitual, para escribir los números: "A" o "a" (alfa) para 1, "B" o "b" (beta) para 2, "G" o "g" (gamma) para 3, "D" o "d" (delta) para 4, etc. Así, 10 pasó a ser "i", la décima letra, y entonces "11" se escribía "ia", la décima más la primera.

Este sistema no era muy útil, porque los números se podían confundir con palabras, aun cuando para diferenciar las letras de los números a éstos se les colocaba una raya encima. Por ejemplo, 318 se escribe "tíe" que en griego significa "¿por qué?". Algo parecido nos sucede cuando leemos las nuevas patentes alfanuméricas (combinación de letras y números) que dan lugar a combinaciones como: "SEX 069", "FMI 148", "DGI 121", "OPA 303", "USA 909", que muchas veces disgusta al dueño del auto.

De esta manera, las palabras podían tener valores numéricos, lo cual quizá sirviera de base para interpretaciones esotéricas o para la magia cabalística. Los hebreos que tomaron prestado este sistema de numeración de los griegos, no escribían nunca el número 15 utilizando la suma de 10 + 5, sino que en su lugar utilizaban 9 + 6, ya que el conjunto 10 + 5 (es decir *yod* que sería 10 y *he* que indicaría 5) configura las letras del nombre de Dios: *Yahvé*.

Los romanos también emplearon letras en la trascripción de las cifras. Utilizaron barras verticales para los primeros tres números, una barra para el número 1, dos barras para el 2 y tres barras para el 3, como ya vimos antes que era usual entre los griegos y otras numerosas culturas. Un caso diferente es el signo V (para el 5) y el X (para el 10). Cuando se utilizan barras para las anotaciones no se puede disponer de muchas soluciones gráficas, además de las incisiones verticales (para los números del 1 al 3), se pueden realizar cruces con dos barras que pueden tener la forma de un signo más (+) o de una equis (x). Los romanos escogieron, por razones no conocidas, la "X" para la notación del número 10, en el lugar donde los griegos se sirvieron de la "sigla" D (delta). De esta "X" que indica 10 se deriva la "V" como la mitad de la "X" (el signo "X" partido en dos) y que por lo tanto denota 5. De esta manera se pueden comprender las tres primeras cifras romanas, I, V, X.

Para las cifras 50, 100 y 1.000 utilizaron, respectivamente, las letras "L", "C" y "M". Evolucionaron de tres letras griegas que no corresponden a ningún sonido de la lengua latina. El signo griego ψ evolucionó a "L" (50), θ a "C" (100) y ϕ a "M" (1000). En Roma, cuando se colocaba un número de menor valor a la izquierda de uno de mayor valor, este último disminuía su valor por lo indicado en el número más pequeño, por ejemplo "IV" indica 4 (5 - 1), "XC" 90 (100 - 10), y colocado a la derecha aumenta el valor, por ejemplo "VI" significa 6 (5 + 1) y "CX" 110 (100 + 10). Así, el número decimal "1999" se escribe MCM XC IX, como si fueran varias columnas.

Como los ejércitos romanos colonizaron gran parte de Europa, el norte de África y el cercano Oriente, esta forma de notación numérica se utilizaría en el mundo occidental hasta el siglo X después de Cristo, porque recién por primera vez aparecen cifras "árabes", en lugar de las habituales cifras romanas, en el manuscrito *Codex Vigilanus* del año 976.

Lo que caracteriza a todas las numeraciones de la antigüedad, pasando desde los sumerios, egipcios y chinos a los griegos y romanos, es que las cifras disponen "siempre" del mismo valor: el número 221 se escribía entre los sumerios, que tenían base sexagesimal, 3 veces sesenta + 4 veces diez + uno (utilizaban 8 números en lugar de tres en el sistema decimal actual), y por los chinos, dos + cien + dos + diez + uno (5 cifras en lugar de tres), los romanos escribían CC XXI (también 5 signos).

LA INVENCIÓN DEL "CERO"

El verdadero cambio revolucionario de las notaciones numéricas actuales es el concepto según el cual el lugar en donde se encuentra colocado un número determina su valor, en el ejemplo anterior de la cifra 221 el primer 2 vale 200 y el segundo 2 vale 20. Para que pueda suceder que el mismo número se transforme en valores diferentes según su posición, tiene que inventarse el "cero". Desde este momento los números según su posición se convierten en "*cifra*", palabra árabe que significa "cero" o "vacío"; y este concepto inicialmente indicaba la ausencia ("vacío") de unidades en cierto orden numérico.

Gracias a la invención del "cero" y de la "numeración posicional", de aquí en adelante solamente iba a ser necesario un número muy limitado de signos para hacer la notación de cualquier número, por elevado que fuera éste. Sólo 10 signos numéricos (del 0 al 9) en nuestra habitual numeración "decimal", o únicamente 2 signos numéricos ("0" o "1") en la numeración "binaria" que utilizan nuestras computadoras para realizar cálculos complejos.

La notación decimal también es llamada "números arábicos", pero no significa que este sistema haya sido creado por los árabes. Por lo que conocemos, el "cero" nació con los sumerios, simplemente para resolver dificultades de cálculo, aunque no lo utilizaron para una numeración posicional. Se lo apropiaron los griegos del ejército de Alejandro Magno en su paso por Babilonia en el año 331 antes de Cristo y lo llevaron a la India hasta donde llegaron sus soldados, o mejor dicho intelectuales como Pirrón y otros expertos en astronomía y matemáticas, que hicieron conocer a los indios la obra de Herón, Pappus y Diofanto. Allí el "cero" se quedó por varios siglos –existe una tabla del año 876 en la que "270" aparece escrito "27^0"–. De allí lo tomaron los árabes, apareció en Bagdad en el año 773, para pasar de Damasco a la Córdoba morisca y de allí al resto de Europa.

El árabe Al Khwarizmi hizo entrar en la historia el sistema decimal cuando en 825 escribió un tratado llamado *Al Gebar*, cuyo significado es "reordenar", que introdujo como dice su título el "álgebra". En el español antiguo, la palabra "algebrista" se usaba para referirse a aquel que volvía a poner en su lugar los huesos dislocados. Muy pronto los "números arábigos" y los cálculos que con ellos se hacían se conocieron como "*algorismos*", entendidos como simples "recetas" que a partir de unos pocos elementos permiten, tras una breve serie de pasos, llevar a cabo tareas a veces formidables.

A pesar de que eran necesarios para utilizarlos en la cada vez mayor necesaria contabilidad que se desarrolló con la incipiente burguesía comerciante de las villas (burgos), no todos aceptaron las cuentas "por algorismo", ya que lo consideraban poco confiable. Aun en 1299 el gobierno de Florencia puso fuera de la ley a los que utilizaban libros contables que contenían "algorismos" y en Padua exigían que los precios de los libros estuvieran en letras, como garantía de lealtad comercial (como aún se pide en la confección de cheques bancarios).

Sin embargo, al transcurrir el siglo XV la victoria de los "números arábigos" fue total. En un grabado de Gregor Reisch que ilustra la *Margarita Philosophica* de 1503, la musa Aritmética mira displicentemente a Boecio que terminó un certamen de cálculo utilizando el nuevo sistema decimal contra Pitágoras, que seguía calculando con su ábaco.

La notación decimal utiliza solamente 10 signos numéricos (0 a 9) y el valor depende de la posición en que se encuentren. Como en el ábaco cada 10 signos numéricos pasamos a la posición siguiente, por lo tanto las posiciones que ocupa cada número van a estar indicadas por la potencia de 10, la fórmula genérica sería **(0 - 9)*10 ^{n}** (Figura 1).

Por lo tanto, en el número "237" de la Figura 1, el "2" indica "200" y se puede escribir $2*10^2$ (donde la potencia "2" de base "10" indica 200 y obviamente la colocación de dos ceros a la derecha del "2"), el "3" indica "30" ($3*10^1$) y el "7" representa la unidad ($7*10^0$). La suma de 200 + 30 + 7 = 237.

Notación "decimal" y "romana"

$$237_{10}$$

200	237	$2*10^2$
30		$3*10^1$
7		$7*10^0$
237		237

CC XXX VII

$$(0\text{-}9)*10^n$$

Fig. 1

Obsérvese en la Figura 1, para comparar, cómo escribían los romanos 237 (CC XXX VII).

Ahora nos introduciremos en otro tipo de notación numérica, la llamada *"binaria"* ("0" o "1"), que utiliza la potencia de base "2".

LOS NÚMEROS "BINARIOS" Y LA COMPUTADORA DIGITAL

Todas las computadoras digitales que utilizamos operan en su circuito lógico con ***números binarios***. Todos reconocemos que las computadoras superan al cerebro humano en la velocidad de procesamiento y en la capacidad de almacenamiento de su memoria permanente.

Pero para desmitificar el trabajo sorprendente que realiza esta "caja negra", vamos a examinar las operaciones internas sencillas que realiza pero, eso sí, de manera incesante y velozmente repetidas.

La célula de memoria más elemental de una computadora puede sólo almacenar una variable con dos valores, el llamado *"binary digit"* o más conocido como ***bit***, que representa una pieza de información ya sea numérica como **"0"** o **"1"**, o lógica como **"falsa"** o **"verdadera"**. Esto se realiza electrónicamente con una corriente baja o alta, o un voltaje negativo o positivo, o una magnetización débil o fuerte, que representan respectivamente el **"0"** o **"falso"** y **"1"** o **"verdadero"**. Esto termina expresando una numeración o lógica binaria.

El número de veces por segundo que la computadora es capaz de cambiar, leer o escribir la corriente, el voltaje o la magnetización y el número de operaciones paralelas determina su velocidad.

¿Cómo almacena y usa los números la computadora? Por supuesto no en la forma decimal (0 a 9) que nosotros conocemos, sino en la forma binaria (0 o 1), que es la única forma en que puede almacenar una computadora digital. Cuando el usuario utiliza la computadora no le interesa que ella transforma los números decimales que introduce en números binarios, o que los resultados de las operaciones aritméticas con los números binarios (suma, resta, multiplicación y división) se transformen en números decimales en la pantalla. Pero aun así, es útil tener una idea básica de estas operaciones internas de transformación de la computadora, aunque sea para desmitificar este instrumento creado por el hombre.

Vamos a utilizar un número pequeño como el "11" para realizar la transformación de la notación "decimal" a la "binaria".

En notación decimal $[(0\text{-}9)*10^n]$ 11_{10} se escribiría $1*10^1 + 1*10^0 = 11$ (Figura 2). En notación binaria debemos escribir $(0 - 1)*2^n$ (Figura 2).

Por lo tanto, el primer número binario que utilizaremos es el "1" con la potencia de base "2" que más próxima se encuentre al número decimal "11". Calculemos empezando por el menor, $1*2^1 = 2$, $1*2^2 = 4$, $1*2^3 = 8$, $1*2^4 = 16$. O sea, "1" multiplicado por la potencia de "2" que no se pasa del número decimal "11" es la tercera $(1*2^3 = 8)$ (Figura 2).

Colocamos el número "1" con tres ceros de posición a la derecha = "1000" y descontamos (restamos) "8" de "11" y nos queda el número decimal "3" (11 – 8 = 3).

La próxima posición descendente en los números binarios es $1*2^2 = 4$, como supera al número decimal "3" en esa posición, ponemos cero $(0*2^2 = 0)$, o sea el número binario "0" con dos ceros a la derecha = "000" (Figura 2).

La siguiente posición en los números binarios es $1*2^1 = 2$, que lo restamos al "3" decimal y queda "1", y al mismo tiempo colocamos el "1" con un cero a la derecha = "10".

Al final en la unidad ponemos el "1" $(1*2^0)$ = "1" (Figura 2).

El número binario resultante de 1000 + 000 + 10 + 1 = 1011 es la forma en que la computadora digital almacena el número decimal "11". O sea "11_{10}" decimal $(1*10^1 + 1*10^0 = 11)$ se transforma en "1011_2" binario $(1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0)$.

Es obvio que se necesitan más posiciones para utilizar la notación binaria, el número 1.000.000 utiliza 6 posiciones decimales y 18 posiciones binarias, 1.111.010.000.110.100.000; en alfanumérico sería ALL 000.

¿Cómo se suman y se restan los números binarios? Las reglas para adicionar o sustraer los "números binarios" son exactamente las mismas que se utilizan para sumar y restar con los "números decimales".

Transformación

	"decimal"	$(0\text{-}1)*2^n$	"binario"
	11_{10}		1011_2
Paso 1	-8	$1*2^3$	1000_2
	3		
Paso 2	-0	$0*2^2$	000_2
	3		
Paso 3	-2	$1*2^1$	10_2
	1		
Paso 4	-1	$1*2^0$	1_2
	0		

Fig. 2

De la misma manera que se "transportan" en los números decimales las cifras 10 o mayor a la posición siguiente y queda el resto (o cero) en la misma posición; con los números binarios se "transportan" las cifras de 2 o mayor a la posición siguiente y queda el resto (o cero) en la misma posición.

La misma técnica sencilla, similar a la decimal, se utiliza para la resta de los números binarios.

CONCLUSIONES

Si bien la computadora digital con el sistema binario nos permitió aumentar extraordinariamente la velocidad de nuestros cálculos y además nos dio una prodigiosa capacidad de memoria, sin la aparición del "cero" no sólo no existiría el sistema decimal actual, sino que no conoceríamos los números negativos y ni siquiera los decimales, tampoco los logaritmos, y probablemente no hubieran aparecido Descartes, Newton o Einstein.

Hernán C. Doval

BIBLIOGRAFÍA

- Amster P. La matemática como una de las bellas artes. Siglo XXI; 2004.
- Calvet Louis-Jean. Historia de la escritura. De Mesopotamia hasta nuestros días. Paidós; 2001.
- Capanna Pablo. El cero y la nada. Página 12. 16/10/2001.